Representación gráfica de funciones

1. **Dominio** de la función $f : D \longmapsto \mathbb{R}$

   $D := Dom(f) := \{x \in \mathbb{R}/f(x) \in \mathbb{R}\}$

   (a) Polinómicas: $D = \mathbb{R}$

   (b) Fraccionarias: $D = \mathbb{R} - \{raices\, del\, denominador\}$

   (c) Irracionales: $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$. $Dom(f) = \left\{\begin{smallmatrix} Dom(g) & si\, n\, es\, impar \\ \{x\in\mathbb{R}/g(x)\geq 0\} & si\, n\, es\, par \end{smallmatrix}\right.$

   (d) Exponenciales: $(a > 0,\, a \neq 1)$, $f(x) = a^{g(x)}$. $Dom(f) = Dom(g)$

   (e) Logarítmicas: $(a > 0,\, a \neq 1)$, $f(x) = log_a[g(x)]$. $Dom(f) = \{x \in \mathbb{R}/g(x) > 0\}$

   (f) Trigonométricas:

      i. Seno (sen) y coseno (cos): $D = \mathbb{R}$

      ii. Tangente (tg): $D = \{x \in \mathbb{R}/cos\, x \neq 0\}$

      iii. Cotangente $(cotg)$: $D = \{x \in \mathbb{R}/sen\, x \neq 0\}$

      iv. Secante (sec): $D = \{x \in \mathbb{R}/cos\, x \neq 0\}$

      v. Cosecante $(cosec)$: $D = \{x \in \mathbb{R}/sen\, x \neq 0\}$

   Observacion 0.1

   $$Im(f) := \{y \in \mathbb{R}/\exists x \in D\, con\, f(x) = y\}$$

2. **Cortes con los ejes**.

   - Con OX, resolver el sistema $\left\{\begin{smallmatrix} y=f(x) \\ y=0 \end{smallmatrix}\right.$
   - Con OY, resolver el sistema $\left\{\begin{smallmatrix} y=f(x) \\ x=0 \end{smallmatrix}\right.$

3. **Periodicidad**. (Suele aparecer en la funciones trigonométricas).

   $$f(x + kT) = f(x),\, \forall k \in \mathbb{Z}\, y\, \forall x \in Dom(f)$$

   Al menor valor de T se le llama periodo principal de la función.

4. **Simetrías**.

   - f es simétrica respecto del eje de ordenadas (OY) si verifica: $f(x) = f(-x)\,\forall x \in Dom(f)$. Se dice que f es una *función par*.
   - f es simétrica respecto del eje del origen de coordenadas si verifica: $f(x) = -f(-x)\,\forall x \in Dom(f)$. Se dice que f es una *función impar*.

5. **Asíntotas y ramas infinitas**.

   $\star$ **Asíntotas**.

   - Verticales.

     Existe al menos uno de los 6 límites siguientes $\begin{cases} \lim\limits_{x \to x_0^{\pm}} f(x) = \pm\infty \\ \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \pm\infty \end{cases}$

   - Horizontales.

     Existe al menos uno de los 2 límites siguientes $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = y_0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = y_0 \end{cases}$

   - Oblicuas: $y = mx + n$.

     $m = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

     $n = \lim\limits_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx]$

   $\star$ **Ramas parabólicas**.

   Existe al menos uno de los 4 límites siguientes y la función no tiene asíntotas oblicuas.

   $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$

6. **Monotonía**.

   - $f'(x) > 0\,\forall x \in (a, b) \Rightarrow f\,creciente\,en\,(a, b)$.
   - $f'(x) < 0\,\forall x \in (a, b) \Rightarrow f\,decreciente\,en\,(a, b)$.

7. **Extremos relativos**.

   $f'(x_0) = 0 \Rightarrow$

   - Si $f''(x_0) < 0 \Rightarrow f$ tiene un máximo relativo en $(x_0, f(x_0))$.
   - Si $f''(x_0) > 0 \Rightarrow f$ tiene un mínimo relativo en $(x_0, f(x_0))$.

8. **Concavidad o curvatura**.

   - $f''(x_0) > 0 \Rightarrow f$ es convexa en un entorno de x_0.
   - $f''(x_0) < 0 \Rightarrow f$ es cóncava en un entorno de x_0.

9. **Puntos de inflexión**.

   $f''(x_0) = 0 \Rightarrow$

   - Si $f'''(x_0) > 0 \Rightarrow f$ pasa de cóncava a convexa.
   - Si $f'''(x_0) < 0 \Rightarrow f$ pasa de convexa a cóncava.